

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, 16 februarie 2019
Clasa a XI – a
VARIANTA 1

XI**SUBIECTE:**

1. Fie $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$, $A, B \in \mathbf{M}_n(\mathbf{R})$, iar $\alpha \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$, astfel ca $A^2 + B^2 = \alpha \cdot (A \cdot B - B \cdot A)$ și $\det(A \cdot B - B \cdot A) \neq 0$. Arătați că $(\alpha - i)^n \in \mathbf{R}$. (7p)

Prof. Constantin Nicolau, Curtea de Argeș

2. Calculați următoarele limite de funcții:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - 1}{x}$; $a > 0$ (2p)

b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x+b)^x - (a+b)^a}{x-a}$; $a, b \in \mathbf{R}$, $a + b > 0$ (5p)

Prof. Daniel Jinga, Pitești

3. Fie $a, b \in \mathbf{Z}$, a, b fixate. Calculați $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos\left(n\pi \sqrt[3]{n^3 + 3n^2 + an + b}\right)$. (7p)

Prof. Marin Chirciu, Pitești

4. Fie șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ dat prin $x_1 > 0$ și $x_1 + x_2 + \dots + x_n = \ln x_{n+1}$, oricare ar fi n natural. Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ și $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_{n+1}}{x_n}\right)^{1/x_n}$. (7p)

GM 11/2017

O carte face cât un lingou de aur. Bani nu aduc învățătura, dar învățătura aduce bani.
(Proverbe românești)

Notă:*Toate subiectele sunt obligatorii.**Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.**Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.**Timp de lucru: 3 ore.*