

**Olimpiada Națională de Matematică****Etapa locală, 16 februarie 2019  
Clasa a XII – a  
VARIANTA 1****XII****SUBIECTE:**

1. Fie  $n \in \mathbb{N}$  fixat și numerele reale  $a, b, c \in [n-1, n+1]$ . Atunci demonstrați că  
$$n^3 - 1 \leq a \cdot b \cdot c - n \cdot (a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a) + n^2 \cdot (a + b + c) \leq n^3 + 1.$$
 (7p)

Prof. Constantin Nicolau, Curtea de Argeș

2. Fie  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$  bijectivă și  $q \in \mathbb{R}$  cu  $f(q) = 2$ . Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție „ $\circ$ ” prin :  $a \circ b = f(f^{-1}(a) + f^{-1}(b) - q)$ ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$ .

a) Determinați elementul neutru al legii de compoziție și simetricul lui  $a \in \mathbb{R}$  în raport cu legea „ $\circ$ ”;

 (3p)

b) Pentru  $f(x) = x^3$ ,  $x \in \mathbb{R}$  rezolvați ecuația :  $x^2 \circ x = (6 - q)^3$

 (4p)

Prof. Adrian Gobej, Curtea de Argeș

3. Calculați  $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{x \sin x + \cos x}{x^2 + \cos^2 x} dx$ .
- (7p)

Prof. Silviu Graure, Pitești

4. Fie  $a > 1$ . Calculați  $I = \int \sin x \sqrt{a + \sin 2x} dx$ ;  $x \in \mathbb{R}$
- (7p)

Prof. Daniel Jinga, Pitești

***O carte face cât un lingou de aur. Bani nu aduc învățătura, dar învățătura aduce bani.  
(Proverbe românești)***

**Notă:**

*Toate subiectele sunt obligatorii.*

*Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.*

*Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.*

*Timp de lucru: 3 ore.*