

**Olimpiada Națională de Matematică**

**Etapa locală, 16 februarie 2019**  
**Clasa a VII – a**  
**VARIANTA 1**

VII

**SUBIECTE:**

1. a) Dacă  $x = \frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}}$ ,  
 $y = \left( \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{30}} + \frac{\sqrt{8} - \sqrt{6}}{\sqrt{48}} + \frac{\sqrt{9} + \sqrt{8}}{\sqrt{72}} \right) : \frac{1}{3\sqrt{5}}$ , calculați media geometrică a numerelor  $x$  și  $y$ . (3p)

b) Aflați elementele mulțimii:  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} / \frac{|3\sqrt{5} - 7| + \sqrt{(3 + 2\sqrt{5})^2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}}{2x - 5} \in \mathbb{Z} \right\}$  (4p)

Prof. Dumitru Borocan, Pitești

2. Să se arate că dacă  $a, b, c$  sunt numere raționale pozitive cu  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ , atunci :

a)  $\frac{1}{a+bc} = \frac{a}{(a+c)(a+b)}$ ; (3p)

b)  $\frac{1}{c+ab} + \frac{1}{a+bc} + \frac{1}{b+ca} = \frac{2}{(a-1)(b-1)(c-1)}$ . (4p)

G.M. nr. 9 / 2018

3. Se consideră dreptunghiul  $ABCD$ ,  $E$  mijlocul lui  $(AD)$  și  $F \in (DC)$ . Dreptele  $BE$  și  $CD$  se intersectează în punctul  $M$ ,  $AF$  și  $BC$  în  $N$ ,  $ND$  și  $BM$  în  $P$ . Demonstrați că  $\angle FAC \equiv \angle PAM$ . (7p)

Prof. Cosmin Manea și Petrică Dragoș, Pitești

4. Fie  $ABCD$  un romb și  $P$  un punct în interiorul său astfel încât  $AP = AB$ . Fie  $M$  mijlocul segmentului  $PC$ ,  $N$  și  $Q$  mijloacele laturilor  $AD$  și  $AB$ . Arătați că  $BP \perp MN$  și  $DP \perp MQ$ . În ce caz  $MP \perp NQ$ ? (7p)

Prof. Marin Chirciu, Pitești

***O carte face cât un lingou de aur. Bani nu aduc învățătura, dar învățătura aduce bani.***  
***(Proverbe românești)***

**Notă:**

*Toate subiectele sunt obligatorii.*

*Fiecare subiect este notat cu punctaje cuprinse între 0-7 puncte.*

*Fiecare subiect se va redacta pe o foaie separată.*

*Timp de lucru: 3 ore.*